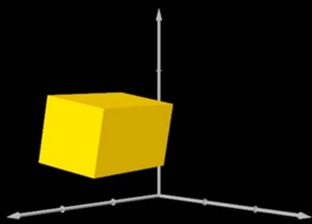
Računarska grafika

predavanja
v.prof.dr. Samir Lemeš
slemes@unze.ba

15. Geometrijske transformacije

- Homogene koordinate
- 3D Primitivi
- Bulove operacije
- 2D-3D operacije
- 3D translacija
- 3D rotacija
- 3D skaliranje

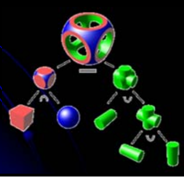


Homogene koordinate

- Prikazu tačke sa tri koordinate (x,y,z) se dodaje homogena koordinata (x,y,z,h)
- Homogenizacija koordinata je transformacija tačke (x,y,z,h) u (x/h,y/h,z/h,1)
- Bar jedna homogena koordinata mora biti različita od nule; (0,0,0,0) nije dozvoljena
- h=0 daje tačke "u beskonačnosti"

3D Primitivi

- U 3D vektorskoj grafici, slika se sastoji od primitiva: osnovnih geometrijskih tijela koja kombinovanjem daju složenije oblike.
- Za kombinovanje se koriste operacije Bulove algebre.



3D Primitivi

- 3D tačka: $V(x,y,z) \rightarrow X=(x',y',z',h)\ ili\ X=(x_1,x_2,x_3,x_4)$

$$x=\frac{x_1}{x_4} \quad y=\frac{x_2}{x_4} \quad z=\frac{x_3}{x_4}$$

- 3D pravac:
  - implicitni oblik: $a\cdot x+b\cdot y+c\cdot z+d=0$
  - u homogenim koordinatama: $a\cdot\frac{x_1}{x_4}+b\cdot\frac{x_2}{x_4}+c\cdot\frac{x_3}{x_4}+d=0$
  - homogena jednačina: $a\cdot x_1+b\cdot x_2+c\cdot x_3+d\cdot x_4=0$

3D Primitivi

- U matričnom obliku:
  - 3D tačka:

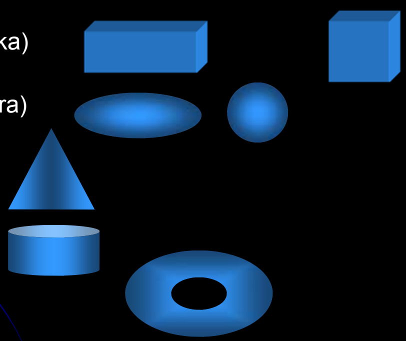
$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

  - 3D pravac:

$$a\cdot x+b\cdot y+c\cdot z+d(\cdot 1)=\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}=0$$

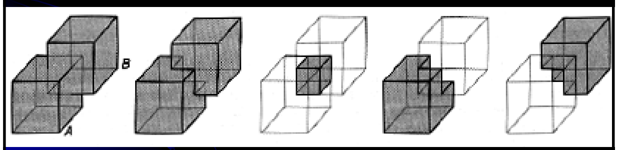
3D primitivi

- Kvadar (kocka)
- Elipsoid (sfera)
- Konus
- Cilindar
- Torus



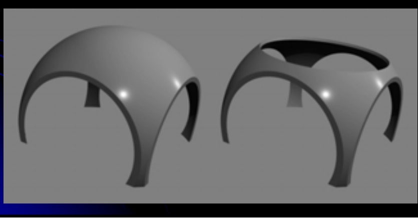
Bulove operacije

- Kombinovanjem 3D primitiva dobiju se složeniji oblici
- Koriste se 3 operacije:
  unija, presjek i razlika



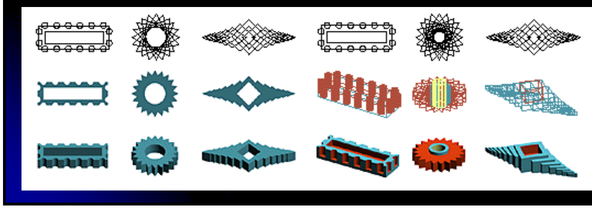
Bulove operacije

- Zadatak:
  a) Koji primitivi su potrebni da bi se napravio oblik kao na desnoj slici?
  b) Koliko je potrebno operacija razlike?



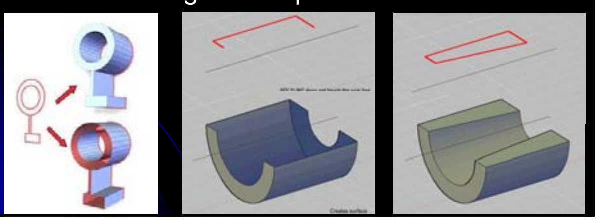
Bulove operacije

- Bulove operacije se mogu vršiti i na 2D konturama i na 3D objektima.
- 2D konture se mogu nakon toga koristiti kao osnova za formiranje 3D geometrije.



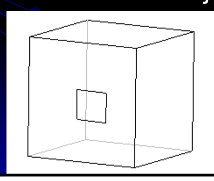
2D-3D operacije

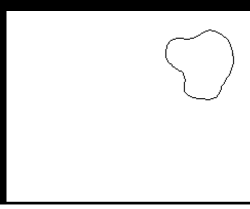
- Neke geometrijske oblike nije moguće dobiti kombinovanjem 3D primitiva.
- Tada se koriste 2D-3D operacije koje od 2D kontura generišu prostorne oblike.



2D-3D operacije

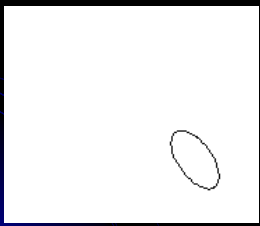
- Extrude
- Translacijom 2D konture dobija se prizmatični oblik
- Translacijom se može dodavati ili oduzimati materijal

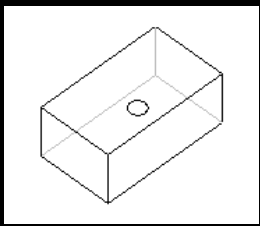




2D-3D operacije

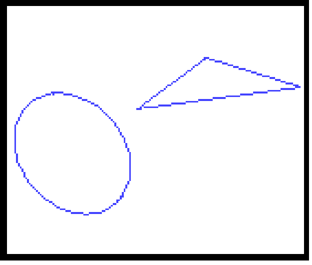
- Revolve
- Rotacija 2D konture oko ose





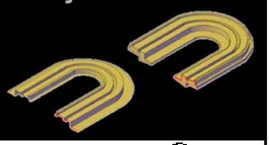
2D-3D operacije

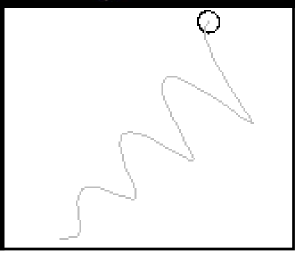
- Loft
- Transformacija jedne u drugu 2D konturu; trag koji se pri tome ostavlja predstavlja 3D tijelo



2D-3D operacije

- Sweep
- 2D kontura se kreće po krivoj liniji, tako da jedna tačka konture prati krivulju, a ravan konture je uvijek okomita na krivulju.





3D translacija

$$T(d_x, d_y, d_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T(d_x, d_y, d_z) \cdot \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x+d_x & y+d_y & z+d_z & 1 \end{bmatrix}^T$$

3D rotacija

- Matrice kojim se množi matrica koordinata tačke za rotaciju oko ose x, y ili z:

$$R_z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3D skaliranje

$$S(s_x, s_y, s_z) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S(s_x, s_y, s_z) \cdot \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} s_x \cdot x & s_y \cdot y & s_z \cdot z & 1 \end{bmatrix}^T$$